

Prop. XLVII. Teor.

(Fig. 68.) *Uti rätvinkliga trianglar är kvadraten på hypotenusan lika stor med de kvadrater tillhopa, som uppritas på kateterna.*

Hypotes: $\angle A = R$; *Tes:* $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$. *

Ty upprita på BC kvadraten $BDEC$ och på AB , AC kvadraterna BG , CH . Drag genom A linien $AK \parallel BD$ och sammanbind AD , CF .

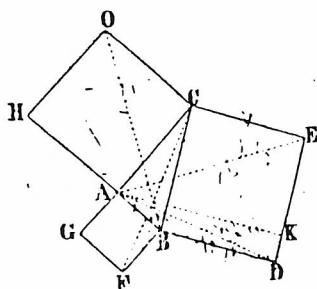


Fig. 68.

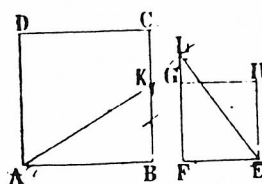


Fig. 69.

Efter $\angle DBC = R = \angle FBA$ (def. 30; ax. 11), så måste, om $\angle ABC$ tillägges, $\angle ABD$ vara $= \angle FBC$ (ax. 2). Nu är ock $AB = BF$, $BD = BC$, såsom sidor i samma kvadrat; alltså är $\triangle ABD \cong \triangle FBC$ (prop. 4). Men rektangeln $BK = 2\triangle ABD$ (prop. 41) och kvadraten $BG = 2\triangle FBC$, ty äfven de stå på samma bas och mellan samma parallela linier, alldestund GA och AC ligga i rät linie (prop. 14), hvilket lätt inses deraf, att $\angle BAC$ är $= R$ (hyp.) och $\angle BAG = R$ (konstr.; def. 30). Således är rektangeln $BK =$ kvadraten BG (ax. 6). På samma sätt bevisas, att rektangeln CK är $=$ kvadraten CH .

* Kvadraten, som uppritas på en linie AB , plägar betecknas med AB^2 eller $\overline{AB}^2$, som utläses: kvadraten på AB .

Derför är kvadraten $BE =$ kvadr. $BG +$ kvadr. CH
d. v. s. $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$.

(Fig. 69.) *Kor. Medelst denna prop. är det lätt att finna sidan i en kvadrat, som är lika med summan af eller skillnaden emellan två gifna kvadrater.*

Låt AC och FH vara de båda kvadraterna.

I förra fallet gör man $BK = EF$ och sammanbinder AK . Då är $\overline{AK}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BK}^2 = AC + FH$.

I senare fallet tager man E till medelpunkt och AB till radie för en cirkel samt utdrager FG till cirkellinien i L och sammanbinder EL . Då är $\overline{FL}^2 = \overline{EL}^2 - \overline{EF}^2 = AC - FH$.
H. S. G.

Anm. Detta märkvärdiga och ofantligt nyttiga teorem plägar kallas det pythagoreiska efter sin uppfinnare, den berömde grekiske filosofen Pythagoras, som lefde i 6:te seklet före Kristi födelse.